

數學建模教學方案設計比賽

《學教評方案設計》

參賽教學方案名稱：非遺文化 × 數學應用 × 商業智慧——「港式蛋撻」的數學建模學與教活動內容：

基本資料		
年級：	中三級	時間：1.5 小時
範疇：	幾何立體	節數：3 節
課題：	面積與體積（三）	
課堂模式：	☒ 全班教學 ☐ 分組教學 ☒ 協作教學	
教學目標：	1. 鞏固與應用 (核心課程) ：熟練應用圓柱體、圓錐體和平截頭體等立體圖形公式，計算體積與表面面積。 2. 中華文化連結 ：透過港式蛋撻認識香港作為中西文化匯聚的歷史，體會日常生活中的中華飲食文化智慧。 3. 數學建模與解難 ：利用 試算表 (Excel) 模擬不同尺寸下的體積與成本變化，找出「最佳化」方案。	

學生難點：	<p>(一) 數學概念層面的難點</p> <p>1. 涉及公式的代數運算</p> <p>學生一般抗拒較複雜的代數運算，亦未必清楚了解為何在建立數學模型時需要對有關公式進行主項變換來解決問題。</p> <p>解：在較複雜的步驟以求證取代找答案，讓學生有清晰目標完成代數運算。</p> <p>2. 圓台體積公式的理解</p> <p>為更容易分析圓台，教案引入圓台數學公式。部分學生接觸看似複雜的公式運算會顯得卻步。</p> <p>解：指導學生利用電子工具協助，利用 Excel 找出「最佳化」方案。</p> <p>(二) 工具應用層面的難點</p> <p>3. 試算表建模的操作障礙</p> <p>初中階段的數位素養差異較大，未必有系統學習試算表。</p> <p>解：預先製作「模板」，學生只需在指定位置輸入數值即可自動計算結果。</p>
已有知識 (如有)：	<ul style="list-style-type: none"> 圓柱、平截頭體、圓錐體的立體圖形公式，包括體積、側面面積與總表面面積。 相似三角形的對應邊成比例。
教學資源：	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 教學工作紙 ✓ Excel 檔案 ✓ 電腦/平板

教學計劃		
教學程序及時間	教學活動 / 程序 (請標注與數學建模相關的部分)	所需資源
課前預習	<ul style="list-style-type: none"> 圓柱、球體、平截頭體（及相似三角形的對應邊成比例）、圓錐體的立體圖形公式，包括體積、側面面積與總表面面積。 觀察坊間港式傳統蛋撻的形狀 	
重溫	<ul style="list-style-type: none"> 圓柱、球體、平截頭體（及相似三角形的對應邊成比例）、圓錐體的立體圖形公式，包括體積、側面面積與總表面面積。 	
引起動機	<p>提問：「香港人每年吃掉超過 3,000 萬個蛋撻！但你們知道嗎？一個完美的蛋撻，除了師傅的手藝，背後還隱藏著數學家 and 藝術家追求千年的秘密。蛋撻已被列入香港首份非物質文化遺產清單，足以見證其作為本土飲食文化象徵的重要地位。港式蛋撻通常呈現為圓台形狀，當中有什麼考慮因素？」</p> <p>情境設定：假設你是蛋撻店老闆，若能夠在保持蛋漿分量不變的前提下，我們應該如何選擇最佳的撻模型以最小化蛋撻的總表面面積，減少酥皮的材料使用量，從而降低生產成本，達至盈利最大化並賺大錢？</p>	工作紙 電腦/平板
發展階段	<p>建模設定：與學生討論上述現實問題如何透過提出合適假設轉化為幾何問題並找出答案的建模過程：</p> <p>假設能代表蛋撻的立體圖形有以下幾何特性：</p> <ul style="list-style-type: none"> 該立體圖形是一個由沒有厚度的面所組成的開口容器，其容積為 50 cm^3 我們有方法計算出它的總表面面積 <p>問題：該容器的形狀和尺寸是甚麼，方能令它的總表面面積最少？</p> <p>方案探究：先討論形狀，向學生展示不同幾何形狀的蛋撻方案，並討論為何方案 (1) 和方案 (2) 難以實行：</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">     </div>	

	<p>方案（一）球體：蛋漿不可能如圖示形成完整的球體</p> <p>方案（二）半球體：雖然物理上可行，但弧形底部製作困難兼難以擺放和運送，添加額外成本</p> <p>幾何建模：逐步引導學生以代數方法將開口圓柱和開口圓台的表面面積S表達為r的函數，並以Excel 工具顯示最優化結果。</p> <p>與學生討論開口圓台的體積和表面面積公式，當中有多個變量的處理方法，包括如何透過參考現實情境中蛋撻形狀，引入合適的假設建立變量之間的關係，作為減少變量的策略。</p> <p>歸納與總結：誰是最好的商業設計方案？</p> <p>透過分別探討圓柱體和圓台兩種立體圖形，成功探討在固定蛋漿體積 50 cm^3 的前提下，學生比較兩種形狀中哪個能更節省材料。</p> <p>學生分組討論數學模型中的假設及其限制，並計算結果在現實世界所代表的情況，特別是涉及圓台形蛋撻時附加假設在現實世界如何影響蛋撻的形狀和尺寸，從而建立數學模型中的解與現實世界中的解之連繫。</p>	
應用階段	<p>學生由數學算式套用到 Excel 工具，利用模板模擬不同尺寸下的體積與成本變化，找出「最佳化」方案。</p>	
總結	<p>✓ 港式蛋撻的形狀，不止味道的傳承，更是數學、美學與商業智慧交織而成最優化成果。</p> <p>✓ 港式蛋撻的圓台形狀，並非偶然，而是在多重條件限制下自然收斂出的最適切設計。</p>	